

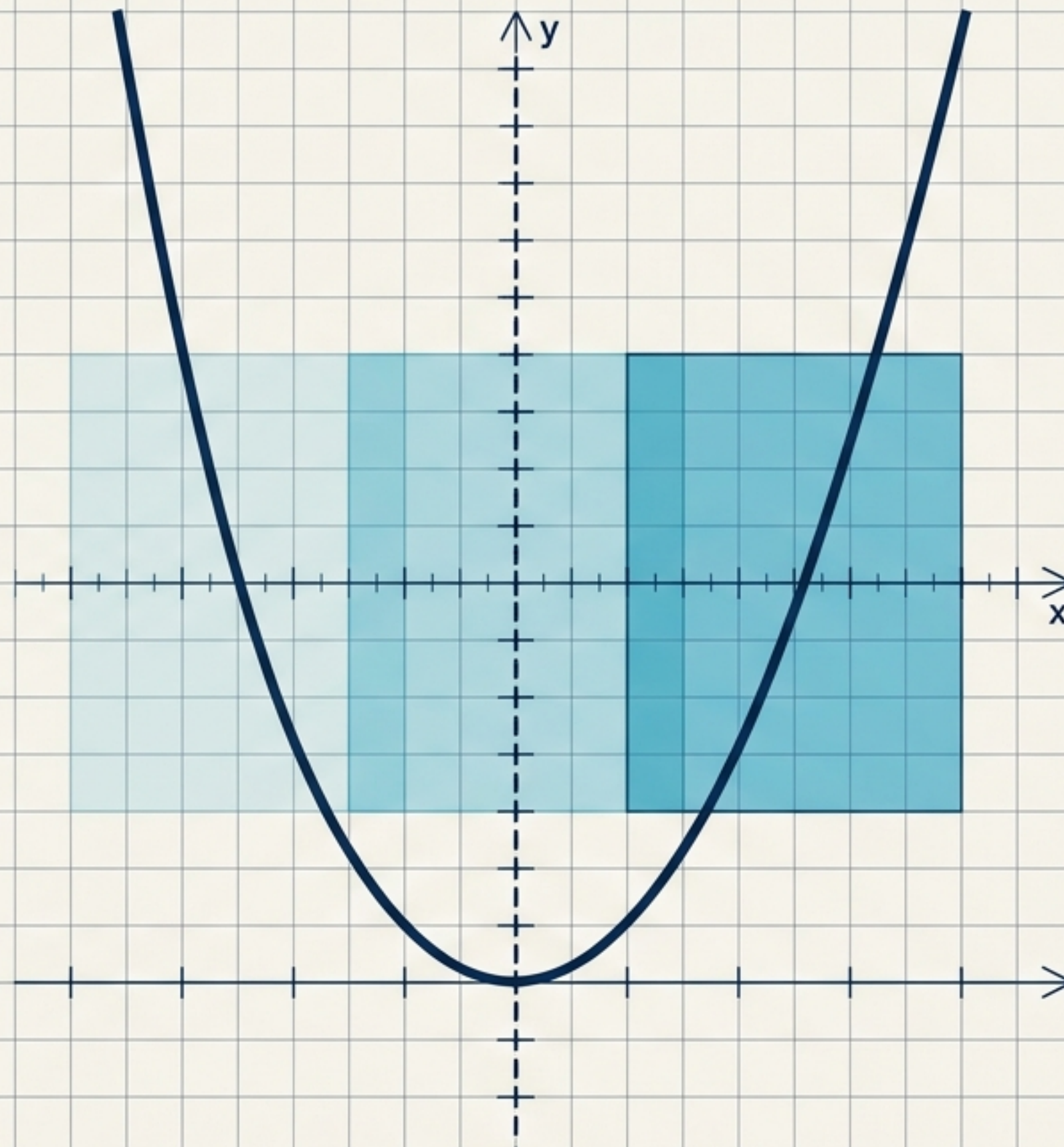
ADV-M1-06

定義域が動く最大最小

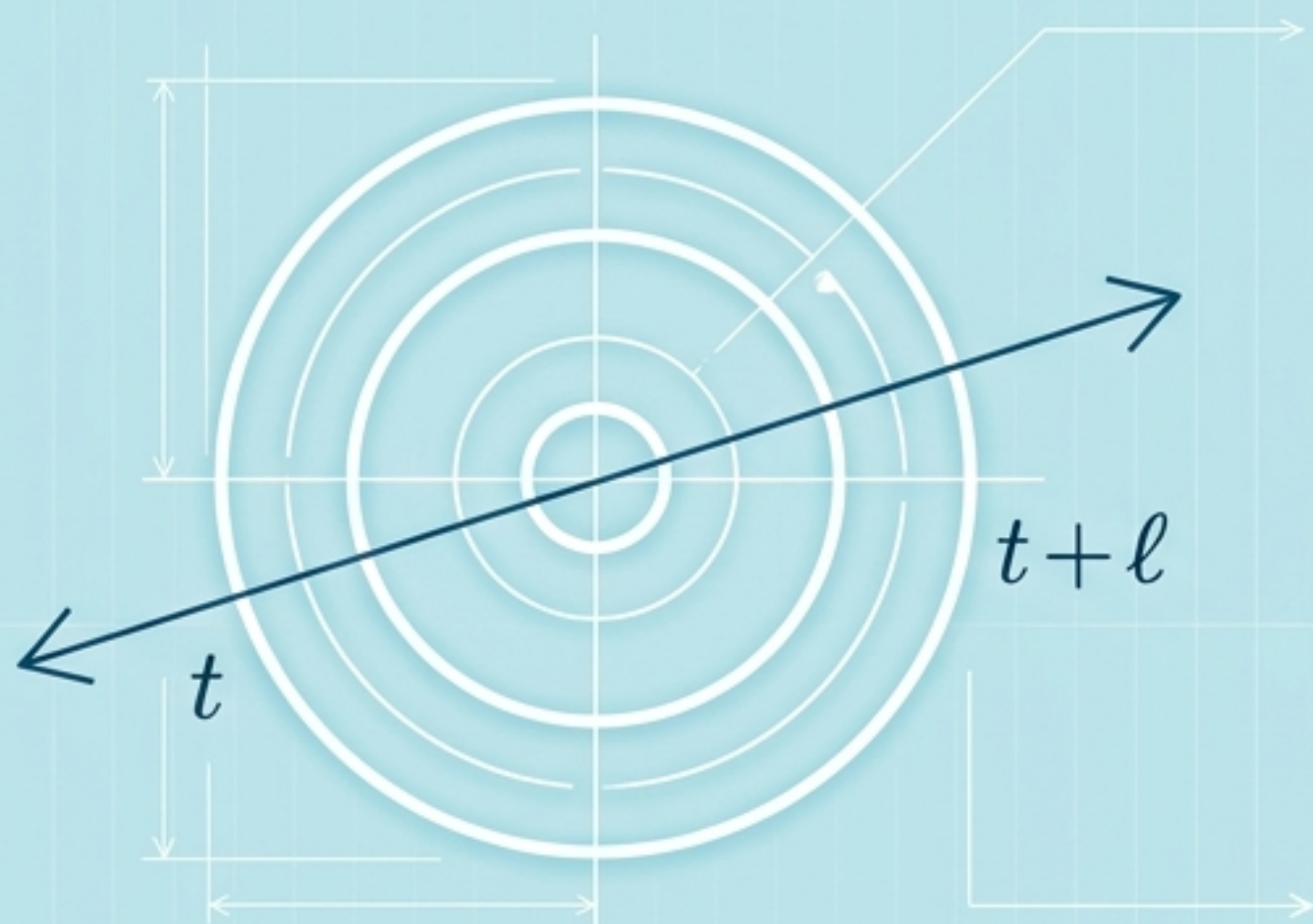
なぜ今、この単元をやるのか？

2次関数の難易度は「何が動くか」で決まる。

定義域が動くパターンの完全攻略へ。

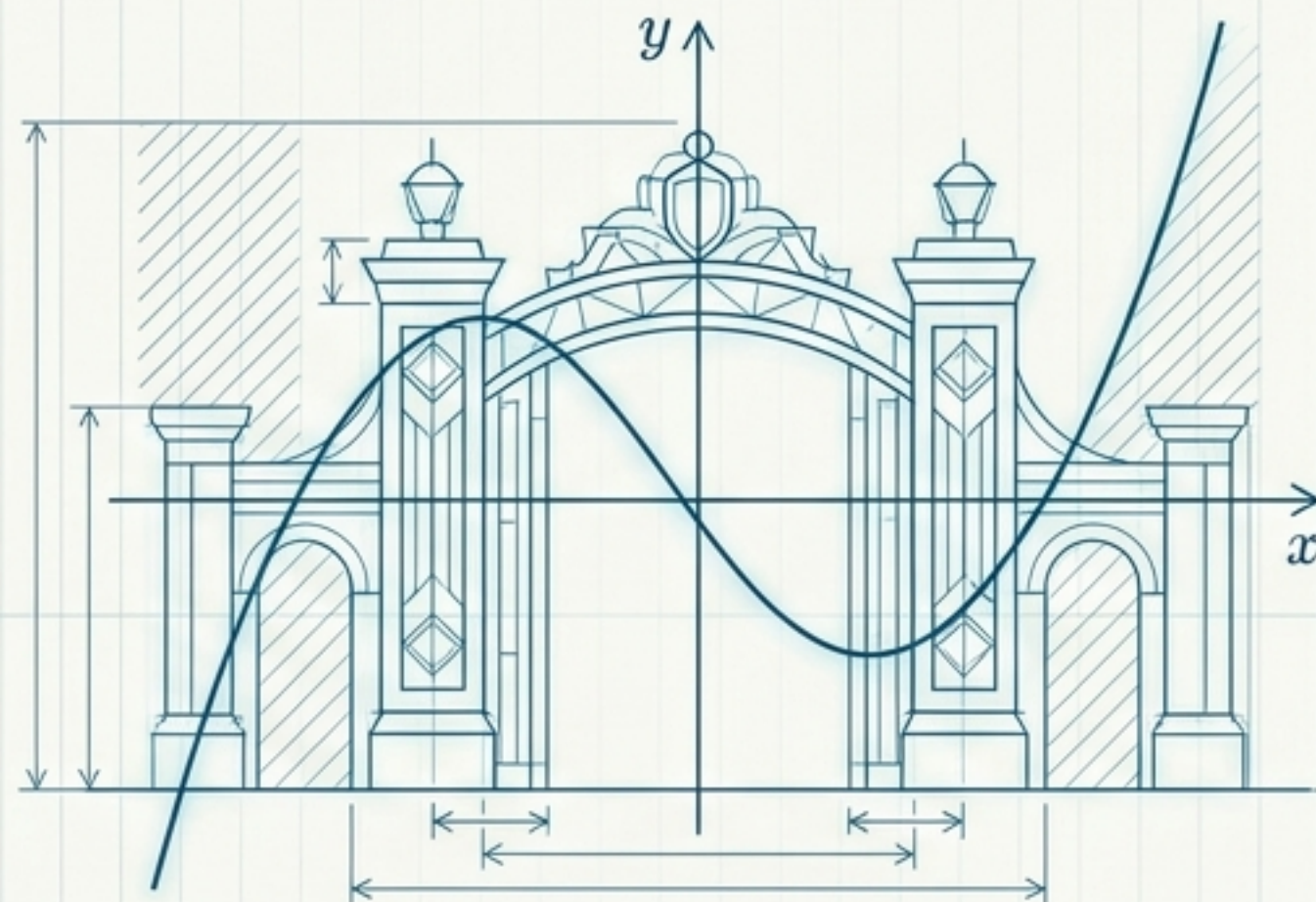


ゴールと受験での位置づけ



ゴール

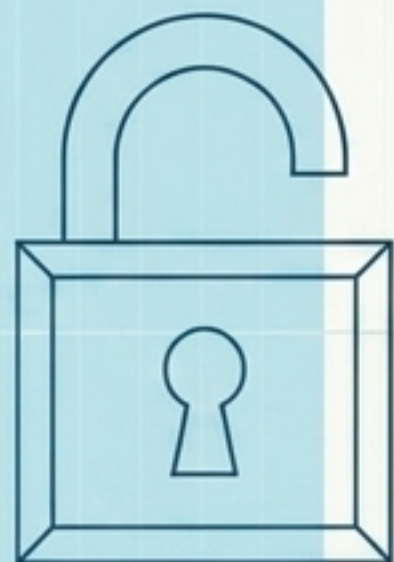
定義域 $[t, t+l]$ が動くとき、軸との位置関係で最大・最小を場合分けできる。



受験での位置づけ

軸と区間の相対位置がパラメータで動く型は、医学部・難関大の2次関数で頻出。「なんとなく」ではなく「機械的な分類」ができるかどうか、決定的な得点差を生む。

前提チェック

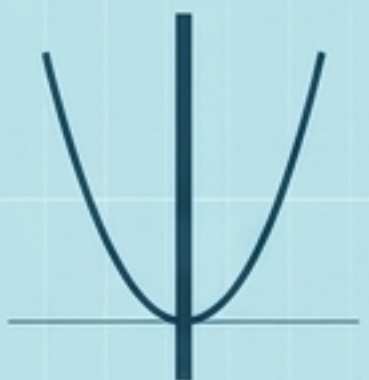


ユニット「ME-M1-18」の
内容を理解しているか？

※平方完成を正確に行い、基本的な2次関数のグラフを描画できることが本ユニットの前提条件です。

この回のポイント3つ

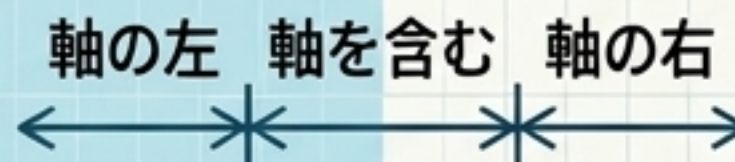
01



軸の固定

まず平方完成して軸
 $x = p$ を固定する。

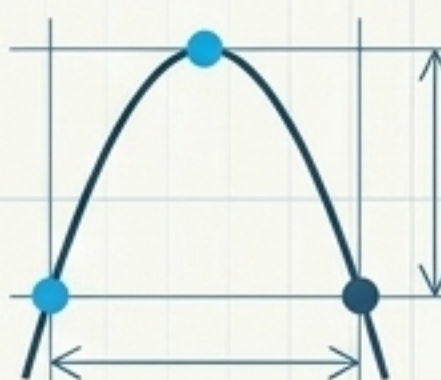
02



3つの場合分け

区間が「軸の左」「軸
を含む」「軸の右」の
3つで場合分けする。

03



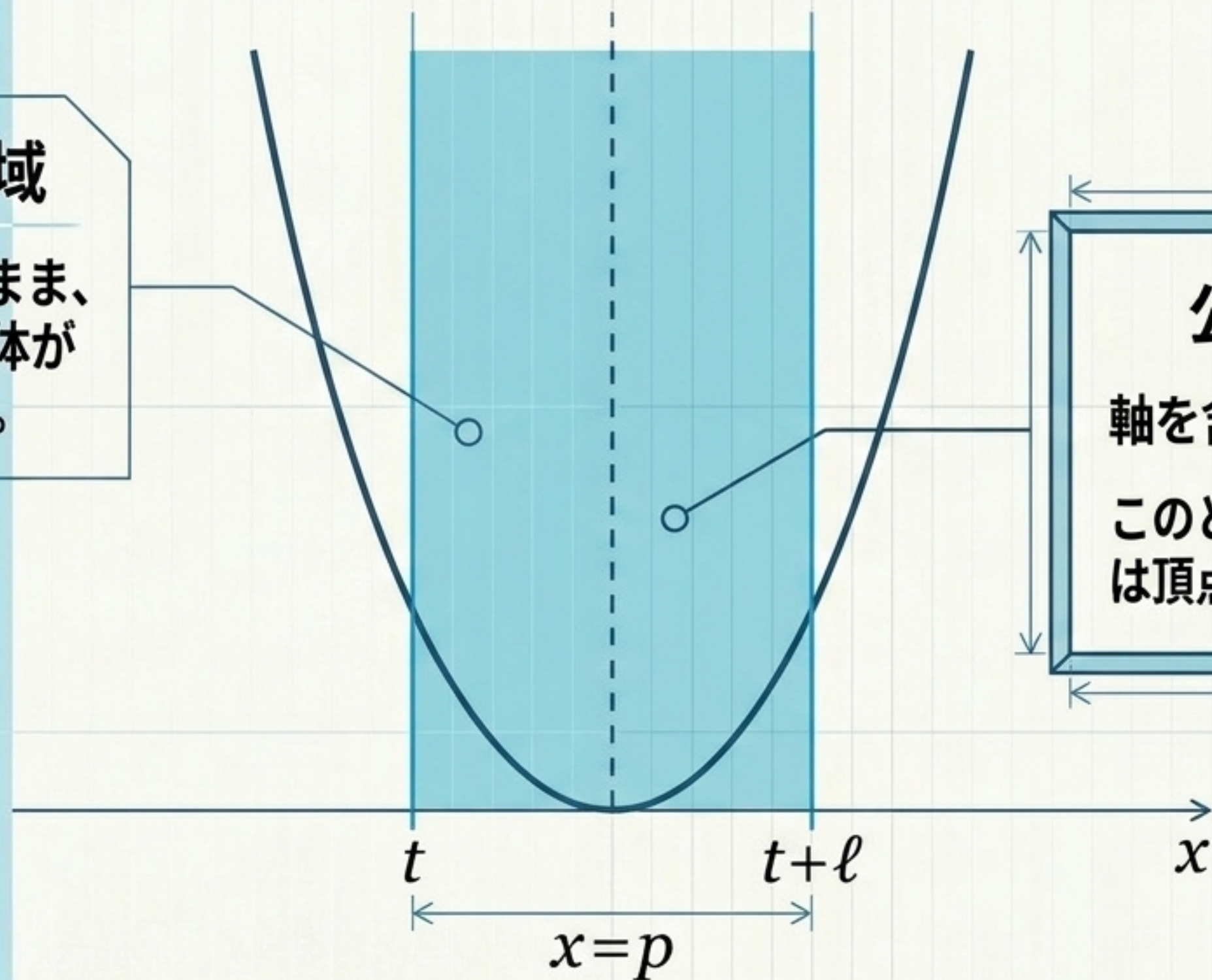
最大と最小の法則

下に凸なら、最小は
頂点か端点、最大は
必ず端点になる。

定義と公式ボックス

定義：動く定義域

区間の幅 ℓ を保ったまま、
開始点 t によって全体が
左右にスライドする。



公式ボックス

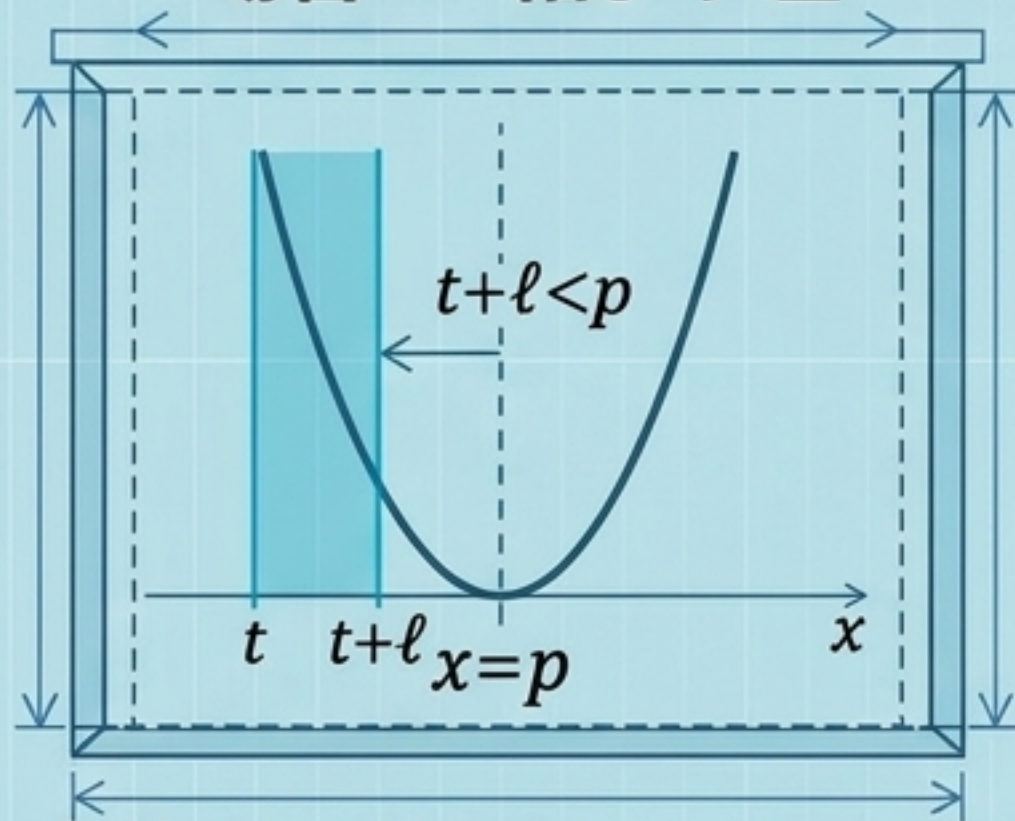
軸を含む $\Leftrightarrow t \leq p \leq t+l$

このとき最大は端点、最小
は頂点または端点となる。

核となる手順：3パターンの完全比較

軸 $x=p$ が区間に入る条件の整理： $t \leq p \leq t+\ell \Leftrightarrow p-\ell \leq t \leq p$

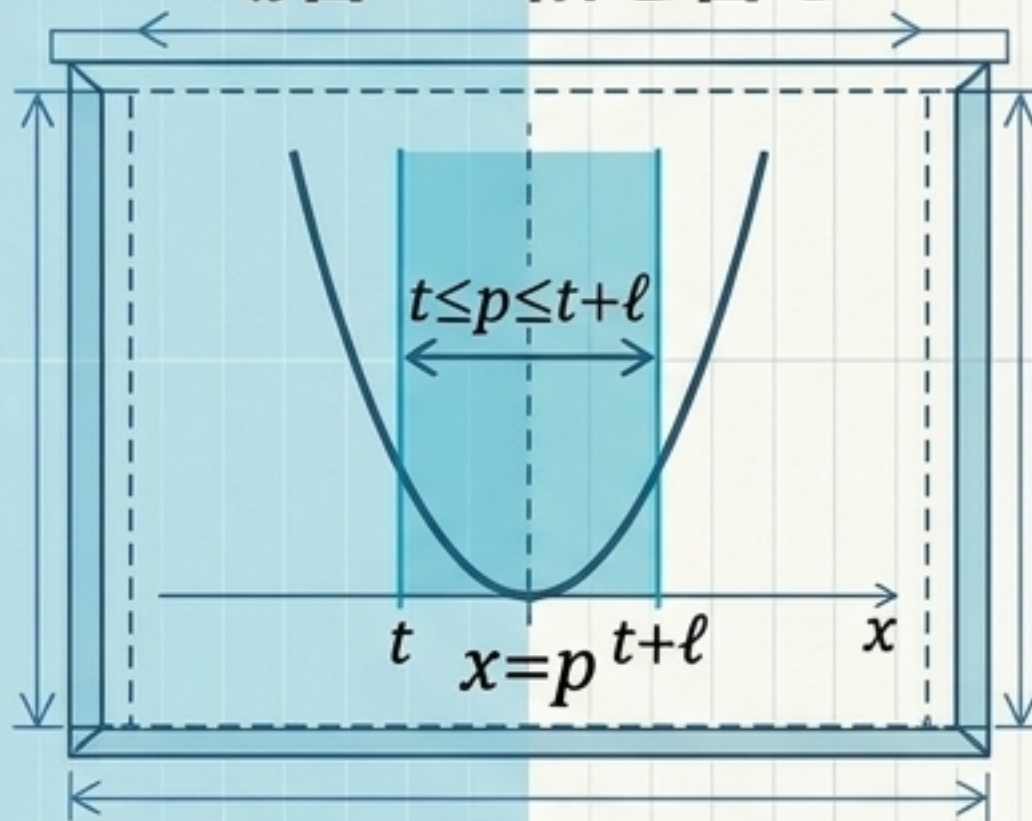
場合1：軸より左



条件： $t+\ell < p$

状態：区間で単調減少($a>0$)

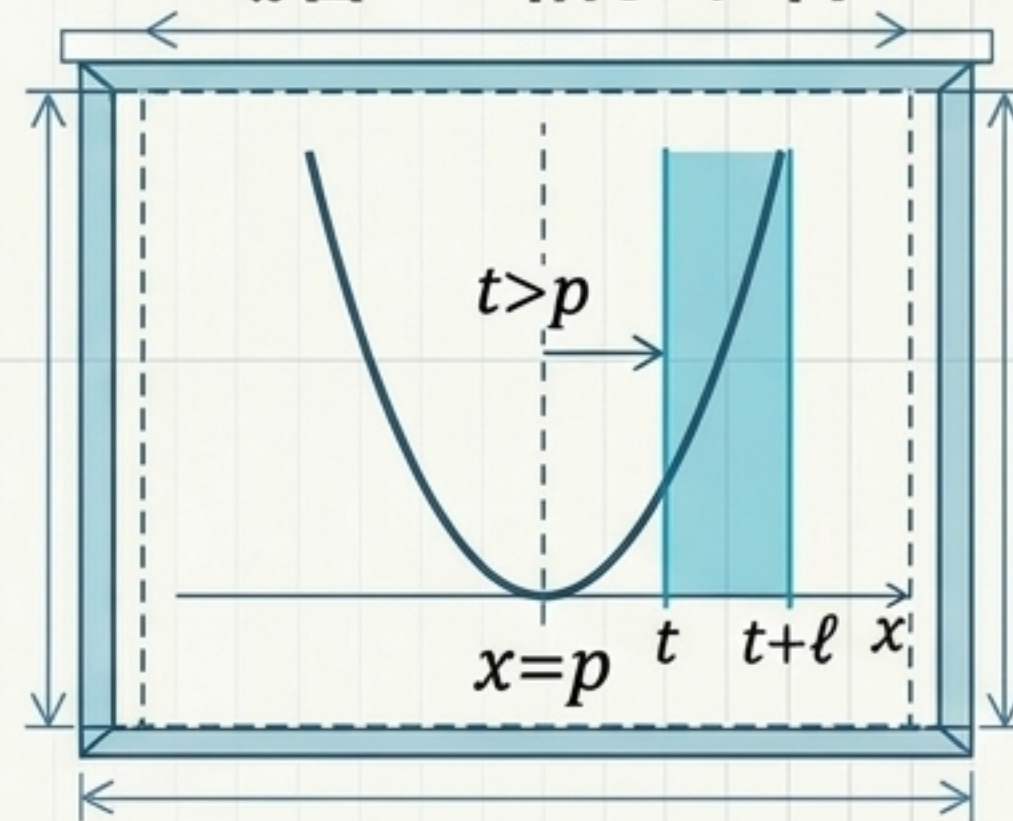
場合2：軸を含む



条件： $p-\ell \leq t \leq p$

状態：最小は頂点、最大は
両端の大きい方

場合3：軸より右



条件： $t > p$

状態：区間で単調増加

境界 $t=p-\ell, t=p$ で式がつながることを確認する。

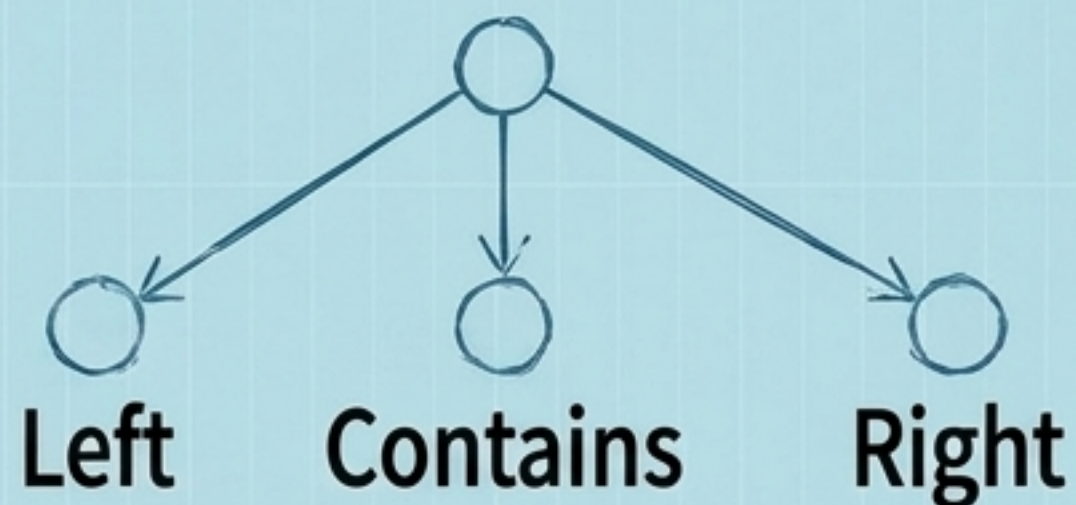
例題A（標準）：最小値

思考のステップ

関数（軸 $x=1$ ）、定義域 $[t, t+1]$

軸を含む条件：

$$t \leq 1 \leq t+1 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 1$$



解答の流れ（数式処理）

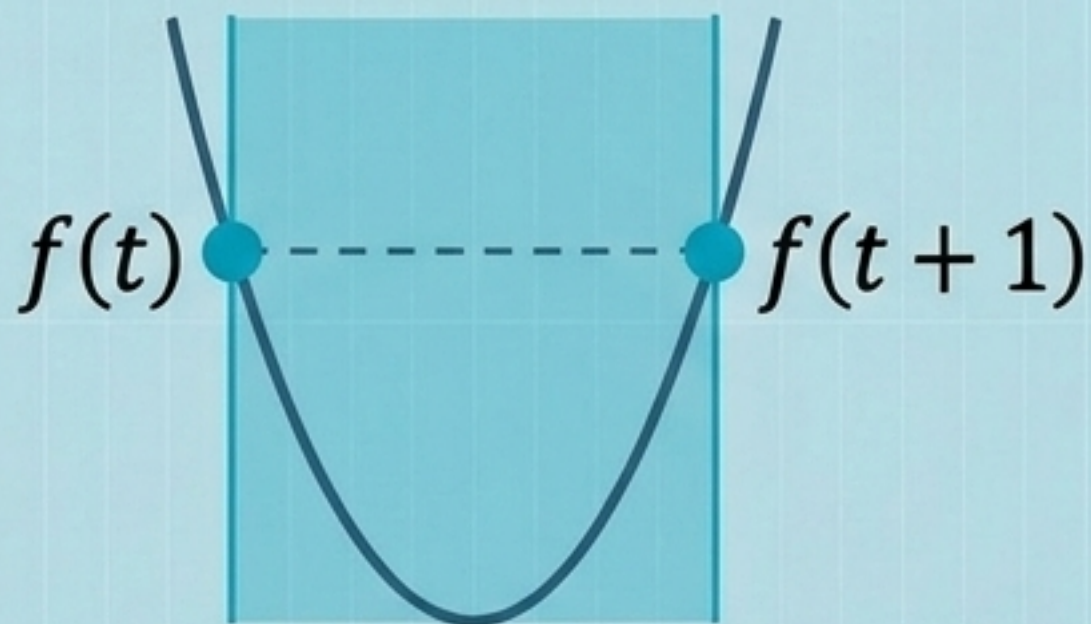
- 軸の左 ($t+1 < 1 \Leftrightarrow t < 0$):
減少なので最小は右端 $x=t+1$
 $m = (t+1-1)^2 - 1 = t^2 - 1$
- 軸を含む ($0 \leq t \leq 1$):
最小は頂点
 $m = -1$
- 軸の右 ($t > 1$):
増加なので最小は左端 $x=t$
 $m = (t-1)^2 - 1$

例題B（受験）：最大値

思考のステップ

軸を含むとき：
左右の端点を比較する。

$$M = \max\{f(t), f(t+1)\}$$



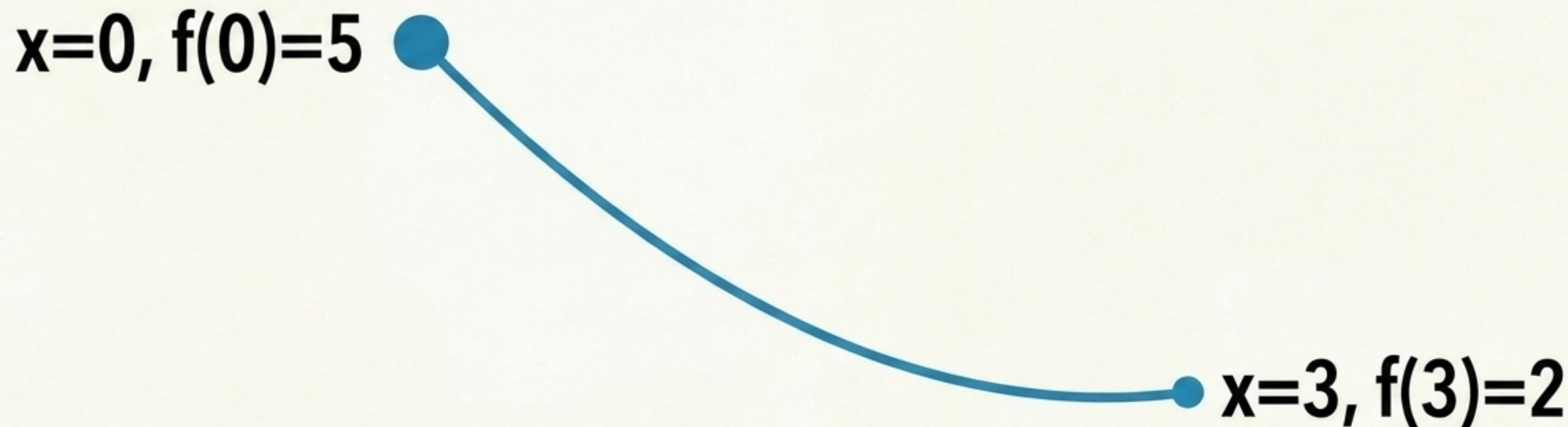
解答の流れ

- 軸より左（減少）：
最大は左端 $f(t)$
- 軸より右（増加）：
最大は右端 $f(t+1)$

端点の高さを比較することで、最大値の切り替わりポイントを見極める。

演習

指定された条件での最大値を求めよ。



端点の値： $f(0) = 5$, $f(3) = 2$

解答：最大値 5 ($x=0$ のとき $x=0$ のとき)

落とし穴（減点パターン）

医学部・難関大で差がつく、致命的なミス。



条件の欠落

軸を含む条件を $t \leq p$ だけに
して、区間の長さ ℓ （右端の条件）
を忘れる。

$$t \leq p \leq t + \ell$$




不適切な記述

境界（例： $t=p$ ）で場合分けを
二重に数え、式が不連続に見える
書き方をする。

$$\left[\begin{array}{l} \bullet t < p \\ \bullet t \geq p \end{array} \right]$$


重複注意

到達チェック（完璧の条件）



ゴールを何も見ずに言える。



例題A・Bを白紙の状態で、手順から完全に再現できる。



落とし穴を「なぜダメなのか」まで他人に説明できる。



確認クイズで合格点（4/5以上）を取れる。