

$$(a+b)(a-b)$$



公式の解剖図 (The Anatomy of a Formula)

よくある「致命的な」カン違い

$$\frac{(x+2)(x-3)}{= x^2 - 6}$$

「共通部分が違うのに、なんとなく
公式を当てはめてしまう…」



なぜこの計算は間違いなのか？
どうすれば「確実に」公式を
使える形を見抜けるのか？

今日のゴール

【和と差の積】を【平方の差】として展開し、
【中間項が消える理由】を説明する。

到達目標 1: 定義の理解

到達目標 2: 途中過程の再現

到達目標 3: 根拠ある説明

受験数学における位置づけ

二次関数・方程式

三角比

理科の式変形

数と式の計算 (This Unit)

$$[a+b][a-b]$$

単なる「暗記」では通用しない。
定義・途中過程・検算まで自力で再現できる「完全な構造理解」が必要。

この回の3つのポイント

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$



中間項の相殺



完全な「和と差の対」の確認

定義・用語（公式の部位と名称）

共通部分（二つの括弧で符号も形も全く同じ式）

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

和と差の積
(中間項が相殺される特別な形)

平方の差
(最終的に到達するシンプルな形)

※読み方注意：平方の差（へいほうのさ）、共通部分（きょうつうぶぶん）

判断の根拠（なぜ中間項は消えるのか？）

Step 1: 展開

$$(a+b)(a-b)$$

Step 2: 4つの項が出現

$$a^2 - ab + ab - b^2$$

Step 3: 相殺（そうさい）メカニズム

$$\longrightarrow -ab + ab \longleftarrow$$

Step 4: 結論

$$\cancel{-ab}^0 + \cancel{+ab}^0 a^2 - b^2$$

公式は魔法ではない。交差積が完全に「相殺」されるプロセスの省略である。

解法を選ぶ判断（公式適用の診断条件）

「偶然答えが合う」状態から「自力で根拠を持って選ぶ」状態へ

[] 共通部分(**a**)は完全に一致しているか？

[] 符号だけ異なる部分(**b**)は一致しているか？

適用可能 (Applicable)

$$(x+7)(x-7)$$

$$a=[x], b=[7]$$

符号違いの同じ**b**である。
→ 判定：OK（公式適用）✓

適用不可 (Not Applicable)

$$(x+2)(x-3)$$

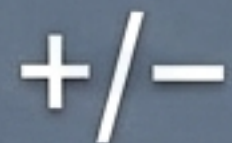
$$a=[x], b=? [2と3で異なる]$$

符号違いの同じ**b**ではない。✗
→ 判定：NG（公式不可・分配法則へ）

公식을正確に使う「5つの核となる手順」



1. 共通部分を **a** と置く



2. 符号だけ異なる部分を **b** と置く



3. 完全な **(a+b)(a-b)** 型か確認する



4. **a² - b²** へ置き換える



5. 必要ならさらに展開・整理する

基本例題（思考プロセスの可視化）

問題 Space

問題: $(3x+5)(3x-5)$
を展開せよ。

公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ を使用

実行 Space

$$a = [3x], b = [5]$$

$$(3x)^2 - 5^2$$

塊全体を保護

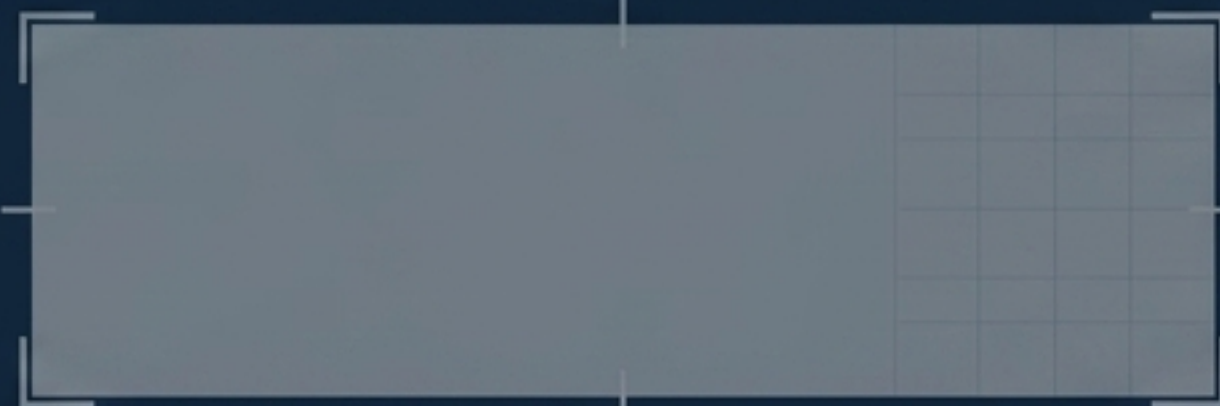
係数も二乗する $\rightarrow 9x^2 - 25$

結論: $9x^2 - 25$

演習 (3つの診断チェック)

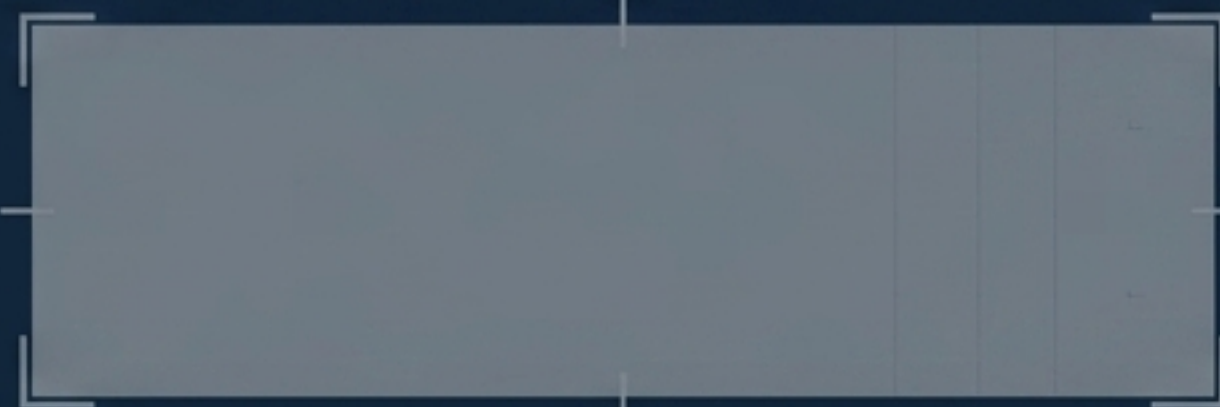
Question (1): $(x+7)(x-7)$ を展開せよ。

(基本同型)



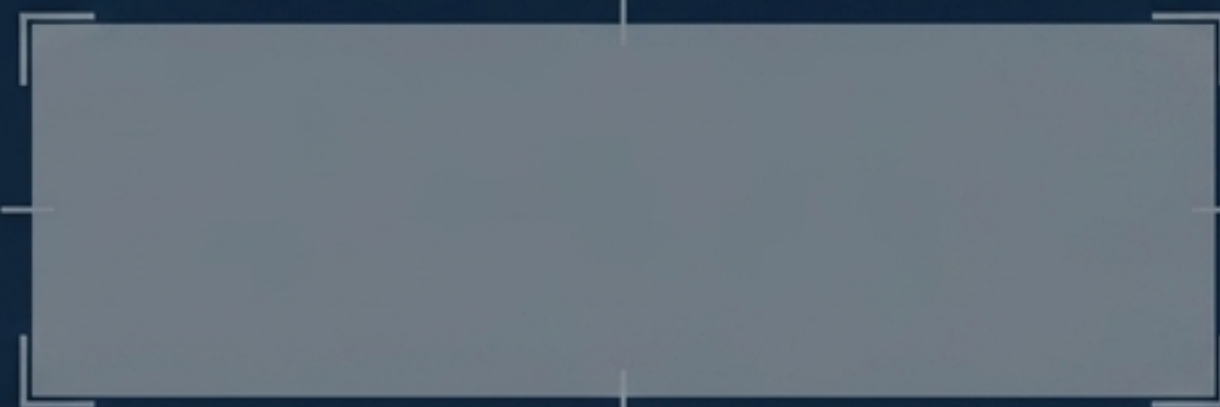
Question (2): $(2x+y)(2x-y)$ を展開せよ。

(多変数・係数あり)



Question (3): $(x+2)(x-3)$ に公式を使えるか。

(適用可否の診断)



演習の解答と根拠

Question (1): $(x+7)(x-7)$ を展開せよ。

$$x^2 - 49$$

根拠: 完全な平方の差の型 ($a=x$, $b=7$)

Question (2): $(2x+y)(2x-y)$ を展開せよ。

$$4x^2 - y^2$$

根拠: a が $2x$ の塊、 b が y の塊。係数も二乗。

Question (3): $(x+2)(x-3)$ に公式を使えるか。

使えない

根拠: 符号違いの同じ b ではないため、相殺が起きない。

発展問題（条件変更と応用）

発展1: 式の塊

$(x+y+1)(x+y-1)$ を展開せよ。

$$(\boxed{x+y} + 1)(\boxed{x+y} - 1)$$

→ $a = x+y, b = 1$ と置く。

$$\rightarrow (x+y)^2 - 1^2$$

$$\text{結論: } x^2 + 2xy + y^2 - 1$$

発展2: 数値計算

1003×997 を平方の差で計算せよ。

$$(\textcolor{blue}{1000} + \textcolor{brown}{3})(\textcolor{blue}{1000} - \textcolor{brown}{3})$$

$$\rightarrow \textcolor{blue}{1000}^2 - \textcolor{brown}{3}^2$$

$$\rightarrow 1,000,000 - 9$$

$$\text{結論: } 999,991$$

落とし穴 (Typical Mistakes Matrix)

陥りやすい罠 (The Trap)	誤答例 (Example)	予防策 (Prevention)
共通部分が違うのに 公式を当てる	$(x+2)(x-3) \rightarrow x^2 - 6$ ❌	「同じ b か？」を 必ず確認
$a^2 + b^2$ と 符号を誤る	$(x+5)(x-5) \rightarrow x^2 + 25$ ❌	交差積の相殺後の 残りは 常に「マイナス」
a が式の時、 括弧全体を 二乗しない	$(3x+5)(3x-5) \rightarrow 3x^2 - 25$ ❌	代入時は必ず () をつけて 塊を保護する

到達チェック (Self-Assessment)

以下の問いに、自力で根拠を持って答えられるか確認してください。

- ☒ $(a+b)(a-b)$ の定義と途中過程を完結して示せるか？
- ☒ 中間項が消える理由を、分配法則（相殺）を用いて説明できるか？
- ☒ 係数や多変数を含む塊（例： $3x$ や $x+y$ ）を平方の差に適用できるか？
- ☒ 公式を使えない形（例： $(x+2)(x-3)$ ）を瞬時に判別できるか？
- ☒ 数値計算（例： 1003×997 ）へ平方の差を応用できるか？

すべてにチェックが入れば、このPartの中心技能は完全習得です。